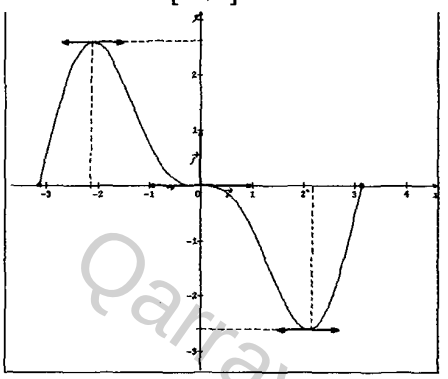
Conclusion $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ *ou* $x=\frac{2\pi}{3}$

Tableau des variations de f :

x	0		$\frac{2\pi}{3}$		π
$f'(x)$		$-$	Φ	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↗	0

• Courbe C sur $[-\pi,\pi]$:



Exercice n° 19 f(x)=sin x+cos²x

● $x \in IR, x+2\pi \in IR$ *et*

$f(x+2\pi)=\sin(x+2\pi)+\cos^2(x+2\pi)$

$=\sin x+\cos^2 x=f(x)$

Donc f est 2π- périodique

● $x \in IR, 2\times\frac{\pi}{2}-x=\pi-x \in IR$

$f(\pi-x)=\sin(\pi-x)+\cos^2(\pi-x)$

$=\sin x+(-\cos x)^2=\sin x+\cos^2 x$

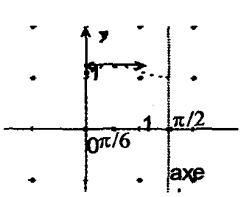
$=f(x)$

Donc la droite $\Delta : x=\frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de C_f

3) g restriction de f à l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$g'(x)=\cos x-2\cos x.\sin x=\cos x(1-2\sin x)$ a le même signe que 1-2sin x

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$
g'(x)		$+$	Φ	$-$	
g(x)	1	↗	$\frac{5}{4}$	↘	1



Soit h la restriction de f à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};0\right[$

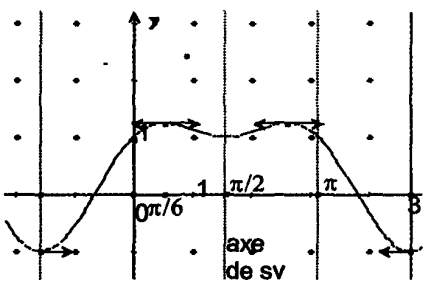
Tableau des variations de h :

x	$-\frac{\pi}{2}$		0
$h'(x)$	0	$+$	
$h(x)$	-1	↗	1

Soit C' la réunion de C_h et C_g

La courbe de la restriction de f sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ est la réunion de C' et $S_\Delta(C')$ avec $\Delta : x=\frac{\pi}{2}$

Courbe Cf sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$:



Exercice n° 20 g(x)=tg(x)-x

● g est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ et on a :

$g'(x)=1+tg^2x-1=tg^2x \geq 0$

$g(0)=0$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} g(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} tgx-x=+\infty-\frac{\pi}{2}=+\infty$

Tableau des variations de g :

x	0		$\frac{\pi}{2}$
g'(x)		$+$	
g(x)	0	↗	$+\infty$

On constate que 0 est un minimum global pour g sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ donc $g(x) \geq 0$ sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

● •$\forall x \in IR^*, \left|\sin\frac{\pi}{x}\right| \leq 1 \Rightarrow |x|.\left|\sin\frac{\pi}{x}\right| \leq |x|$

$\Rightarrow \left|x\sin\frac{\pi}{x}\right| \leq |x|$ *et* $\lim\limits_{x\to 0}|x|=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{\pi}{x}=0$

D'où $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0=f(0)$, par suite f est continue en 0

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn